

IV razred

1. Dokaži matematičkom indukcijom da vrijedi :

a. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \dots \cdot \cos 2^n x = \frac{\sin 2^{n+1} x}{2^{n+1} \sin x}$

b. $16 \mid 9^{n+1} + 8n - 9, n \in \mathbb{N}$

2. Koliko rješenja ima jednačina $\sin \frac{\pi}{2}(1-x) = |x^2 - 3x|$.

3. Ako je $f(x) = 2^{-|x-1|}$ i $g(x) = 2 \log_4(2x) - \log_{\sqrt{2}} x$, riješi nejednačinu

$$(f \circ g)(x) > x^2.$$

4. Dan je trokut sa stranicama 15,41 i 52 cm. Polovišta njegovih stranica čine novi trokut a polovišta stranica toga opet novi trokut itd. Koliki je zbroj površina svih tih trokuta?

5. Niz a_n zadan je rekurzivno: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 2a_n - 1$. Dokaži da je njegov n -ti član $a_n = 1 + 3 \cdot 2^{n-1}$.