

## Školsko natjecanje iz matematike

održano 12.3.2015.

### II razred

1. Ako su  $z_1$  i  $z_2$  kompleksni brojevi za koje vrijedi  $|z_1| = |z_2| = 1$ , te  $z_1 \cdot z_2 \neq -1$  tada je  $w = \frac{z_1 + z_2}{z_1 \cdot z_2 + 1}$  realan broj. Dokaži tvrdnju.
2. Za koju vrijednost realnog parametra  $m$  nejednakost  $-3 < \frac{x^2 + mx - 2}{x^2 - x + 1} < 2$ , je ispunjena za sve realne vrijednosti  $x$ .
3. a.) Prikaži grafički funkciju  $f(x) = -|x^2 - x| + x$   
b.) Za koje  $m$  jednačina  $|-|x^2 - x| + x| = m$  ima više od dva rješenja?
4. Ako je  $a^2 + b^2 = c^2$ , ( $a, b, c \in R^+$ ), tada vrijedi :  
 $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$ . Dokaži.
5. Riješi nejednadžbu:  $|x - 1|^{x^2 - x - 2} < 1$